

# Mathématiques Sans Frontières



## Épreuve de découverte édition 2014

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin sera pris en compte.



### Exercice 1 7 points

## Les frères Dalton

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Die Dalton-Brüder sind vier gefürchtete Banditen aus dem Wilden Westen.

Drei von ihnen, Bill, Grat und Emmett, werden gefangen genommen. Jeder wird alleine in eine der 12 abgebildeten Gefängniszellen gesperrt. Jede Zelle hat nur ein einziges Fenster.

Der vierte Dalton, Bob, verfügt über folgende Hinweise um seine Brüder zu befreien:

- Das Fenster von Bills Zelle ist nach Süden ausgerichtet.
- Bill befindet sich im Stockwerk oberhalb von Grat.
- Das Fenster von Grats Zelle ist nach Osten ausgerichtet.
- Emmett, der im 2. Stock eingeschlossen ist, befindet sich in einer Zelle, die weiter im Westen liegt als Grats Zelle.
- Eine der Zellen befindet sich direkt unter Bills Zelle.

Auf der Abbildung sieht man den Gefängniswärter. Seine Position wird wie folgt angegeben: (2 ; A ; II).

Helft Bob seine Brüder zu befreien, indem ihr ihm die Positionen von Bill, Grat und Emmett angebt. Begründet eure Antwort.

The Dalton Brothers are four ruthless outlaws from the Wild West. Three of the four, Bill, Grat and Emmett, have been imprisoned. Each one is locked up on his own in one of the 12 cells of the prison shown here. Each cell has only one window.

In order to set his brothers free the fourth brother, Bob, uses this information :

- The window of Bill's cell faces south.
- Bill is on the floor above Grat.
- The window of Grat's cell faces east.
- Emmett is on the 2<sup>nd</sup> floor in a cell which lies more to the west than Grat's cell.
- There is just one cell beneath Bill's.

On the diagram you can see the prison warden at position (2, A, II).

Help Bob set his brothers free by finding the position of each brother. Justify your answer.

Les hermanos Dalton son cuatro temibles bandidos del Oeste.

Tres de ellos, Bill, Grat y Emmett fueron hechos prisioneros. Cada uno está encerrado por separado en una de las 12 celdas de la cárcel representada aquí arriba. Cada celda tiene sólo una ventana.

Para liberar a sus hermanos, el cuarto hermano Dalton, Bob, dispone de las siguientes indicaciones:

- La ventana de la celda de Bill está orientada hacia el sur.
- Bill está en el piso de encima del de Grat.
- La ventana de la celda de Grat está orientada al este.
- Emmett, encerrado en el segundo piso, se encuentra en una celda más al oeste que la celda de Grat.

- Hay una celda justo debajo de la celda de Bill.

En el dibujo, vemos al guardia de la prisión. Su posición se denota por (2, A, II).

Ayuda a Bob a liberar a sus hermanos indicando la posición de cada uno de ellos. Justifica la respuesta.

I fratelli Dalton sono quattro terribili banditi del Far West.

Tre di essi, Bill, Grat et Emmett sono imprigionati. Ognuno è rinchiuso da solo in una delle 12 celle della prigione rappresentata nel disegno. Ogni cella ha una sola finestra.

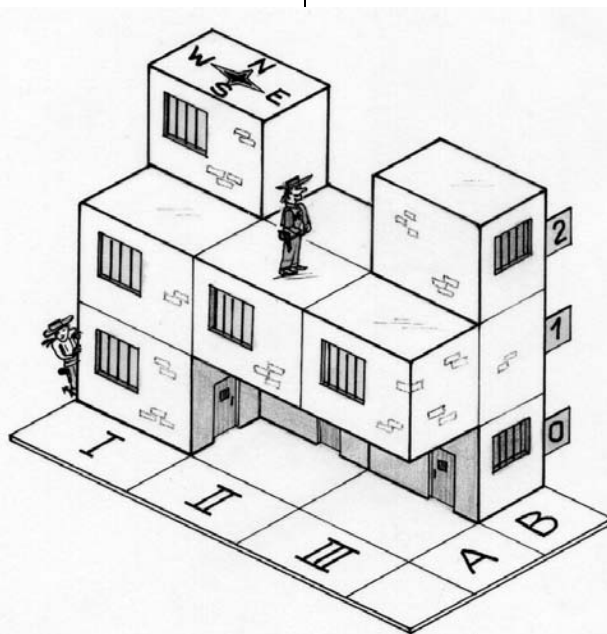
Bob, il quarto Dalton, per liberare i suoi fratelli ha a disposizione le seguenti informazioni:

- la finestra della cella di Bill è esposta a sud,

- Bill si trova al piano sopra a Grat,
- la finestra della cella di Grat è esposta a est,
- Emmett, rinchiuso al secondo piano, si trova in una cella più a ponente di quella di Grat,
- c'è una cella proprio sottostante quella di Bill.

Nel disegno, si vede la guardia della prigione. La sua posizione è indicata come (2; A; II).

Aiutate Bob a liberare i suoi fratelli indicando la posizione di ognuno. Giustificate la risposta.

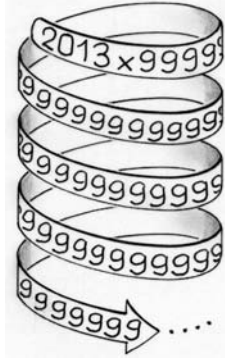


**Exercice 2**  
5 points

# Que du neuf !

$$2013 \times \underbrace{999\dots\dots 999}_{\substack{\text{nombre écrit avec} \\ \text{2013 chiffres tous égaux à 9}}}$$

Quelle est la somme des chiffres du résultat de cette multiplication ? Justifier.

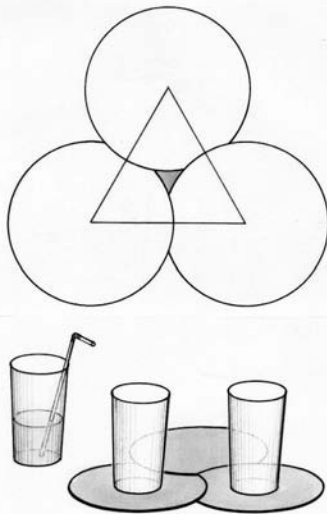


**Exercice 3**  
7 points

# Géométrie

## sous-verre

Sur la table du restaurant sont posés trois sous-verre en forme de disques de 10 cm de diamètre. En jouant avec ces trois disques, je les dispose de sorte que leurs centres sont les sommets d'un triangle équilatéral. Je les rapproche de manière que la zone grise du dessin ci-contre disparaisse. Les 3 centres sont encore placés aux sommets d'un triangle équilatéral.



Calculer la valeur exacte du côté de ce triangle équilatéral.

**Exercice 4**  
5 points

# Dézoomage



Une application du smartphone de Jacquot lui permet d'afficher des images satellite à diverses échelles.

Jacquot a affiché une vue de son quartier avec sa maison en bas à droite et l'école de son village en haut à gauche, situées à vol d'oiseau à 150 m l'une de l'autre.

Avec deux doigts, il pince une diagonale de son écran pour réduire l'image.

L'écran affiche alors une image satellite plus large : Jacquot voit son village en entier. À présent la diagonale de l'écran correspond à une distance réelle de 600 m.

Jacquot continue à pincer à plusieurs reprises et de la même manière l'écran de son smartphone jusqu'à y voir une grande partie de l'Europe. Cette dernière image, représentée ci-contre contient en diagonale les villes de Berlin et de Madrid dont la distance à vol d'oiseau est de 1 860 km.

Combien de fois Jacquot a-t-il pincé son écran depuis la vue de son quartier jusqu'à cette dernière image ? Justifier.

**Exercice 6**  
5 points

# Côté impair

Dans ma rue, sur mon trottoir, côté impair, les maisons sont numérotés 1, 3, 5, 7, ... . Ma maison porte le numéro 37. Si l'on numérotait les maisons en partant de l'autre extrémité, le numéro de ma maison serait 65.

Combien y a-t-il de maisons, côté impair, dans ma rue ? Justifier.

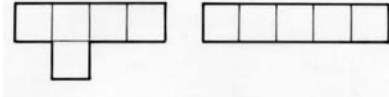


**Exercice 5**  
7 points

# Un beau carton

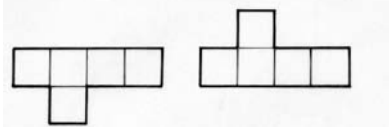
Un pentamino est un assemblage de 5 carrés identiques tel que chaque carré a au moins un côté commun avec l'un des autres carrés.

Voici deux exemples de pentaminos :



Deux assemblages superposables par rotation ou symétrie sont considérés comme identiques.

Par exemple les pentaminos suivants sont identiques :

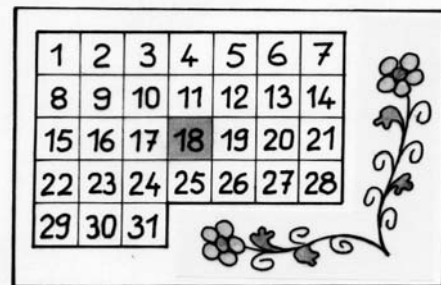


Il existe 12 pentaminos différents.

Dessiner les 12 pentaminos.

Charlotte a son anniversaire le 18 janvier.

Elle veut fabriquer un carton d'invitation qu'elle veut recouvrir en utilisant 6 pentaminos différents tout en laissant la case 18 libre.



Aider Charlotte à réaliser son carton d'invitation.

Donner une solution en faisant apparaître les pentaminos utilisés en les coloriant de couleurs différentes.

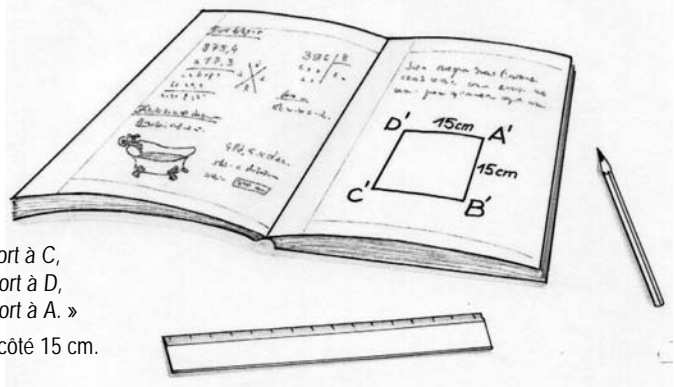
**Exercice 7**  
7 points

# Carré perdu

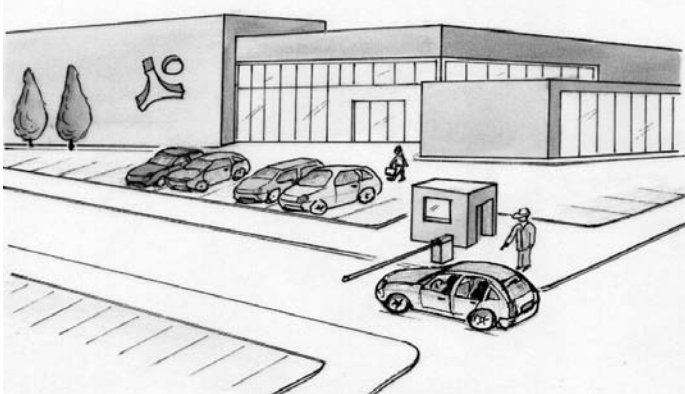
Voici le texte retrouvé sur un vieux cahier d'élève :

- « Dessiner un carré ABCD.
- Construire le point A' symétrique du point A par rapport à B.
- De même construire les points :
  - B' symétrique de B par rapport à C,
  - C' symétrique de C par rapport à D,
  - D' symétrique de D par rapport à A. »

Sur le cahier, il ne reste plus, malheureusement, que le carré A'B'C'D' de côté 15 cm.



Dessiner un carré A'B'C'D' de côté 15 cm. Construire alors le carré ABCD d'origine. Décrire la construction et la justifier.



**Exercice 8**  
5 points

# Covoiturage

Ce matin, le gardien du parking d'une grande entreprise voit entrer autant de voitures avec 3 occupants que de voitures avec 4 occupants, et autant de voitures avec 2 occupants que de voitures avec comme seul occupant le chauffeur. Aucune voiture ne compte plus de quatre occupants.

Sachant que 100 personnes viennent en voiture, déterminer, en donnant toutes les possibilités, le nombre de voitures entrant dans le parking.

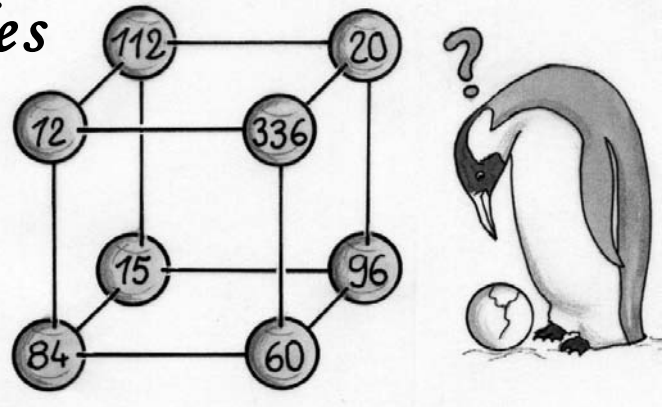
**Exercice 9**  
7 points

# Algèbre de boules

À l'intérieur de 8 sphères, on a caché les nombres entiers de 1 à 8. Chaque sphère ne contient qu'un nombre. Ces 8 sphères sont placées aux sommets du cube représenté ci-contre. Sur la surface de chaque sphère, on a écrit le produit des nombres contenus dans les 3 sphères qui lui sont reliées par des arêtes.

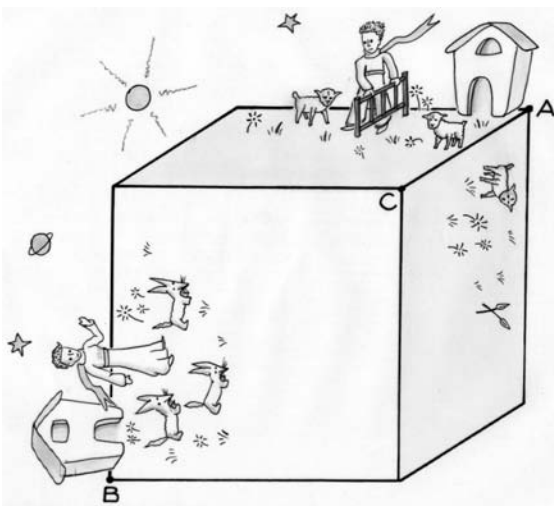
Reproduire le cube et indiquer le contenu de chaque sphère.

**Mathématiques**  
SANS  
Frontières



**Exercice 10**  
10 points

# Doux partage rusé



Dans une galaxie lointaine existe une planète cubique où vivent deux populations : des agneaux élevés par le petit prince Arikara dont la bergerie est située en A et des renards un peu sauvages, gardés par la princesse Bella, dont la ferme est située en B.

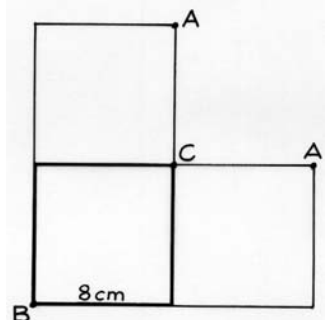
Pour protéger ses agneaux, Arikara veut installer une clôture qui partage la surface de la planète en deux terrains séparés par une ligne frontière qui fait tout le tour de la planète. Cette ligne doit avoir la caractéristique suivante : si un agneau rencontre un renard en n'importe quel point de cette ligne, ils ont tous deux, en prenant le chemin le plus court, la même distance à parcourir pour rentrer dans leurs fermes respectives.

Reproduire le développement des trois faces visibles représentées ci-dessus.

Placer sur ce développement deux points de la frontière. Justifier.

Construire la ligne frontière sur la face avant du développement.

Aider le petit prince à installer la clôture en traçant la ligne frontière sur les trois faces visibles de la planète cubique représentée en perspective.



# SPECIAL SECONDE

**Exercice 11**  
**5 points**

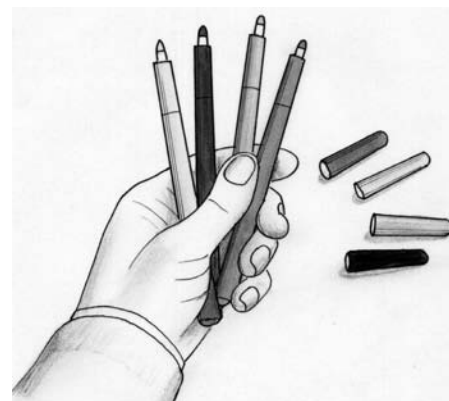
## Mélange des couleurs

Elia prend quatre feutres de couleurs différentes et en retire les capuchons. Chaque capuchon est de la couleur du feutre qui lui correspond.

Sans regarder, Elia replace au hasard les capuchons sur les feutres.

Quelle est la probabilité qu'Elia réussisse à replacer chaque capuchon sur le feutre correspondant ? Justifier.

Quelle est la probabilité qu'aucun capuchon ne se trouve sur le feutre correspondant ? Justifier.



**Exercice 12**  
**7 points**

## Que des Charlot



Dans un collège, lors de la semaine du cinéma, tous les élèves ont vu « Les Temps Modernes », « Le Dictateur », « Les lumières de la ville », trois films de Charlie Chaplin. À l'issue de chaque projection, tous les élèves devaient répondre par oui ou par non à la question : « Avez-vous aimé le film ? ».

- 71% ont aimé « Les Temps Modernes ».
- 76% ont aimé « Le Dictateur ».
- 63% ont aimé « Les lumières de la ville ».

Quel est le pourcentage maximum et quel est le pourcentage minimum des élèves qui ont aimé les trois films ? Expliquer votre démarche.

**Exercice 13 pour les secondes GT**  
**10 points**

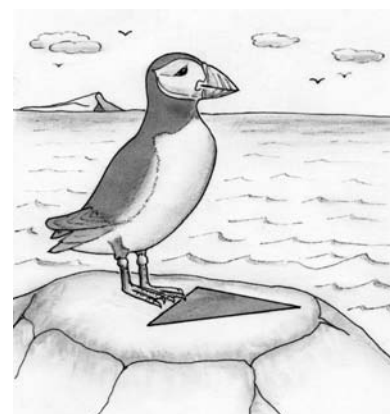
## C'est le pied

Voici un triangle isocèle particulier : un de ses sommets est le milieu du segment joignant le pied d'une des hauteurs et le milieu d'un côté.

Rappel : dans un triangle ABC, on appelle pied de la hauteur issue de A le point d'intersection de cette hauteur avec la droite (BC).

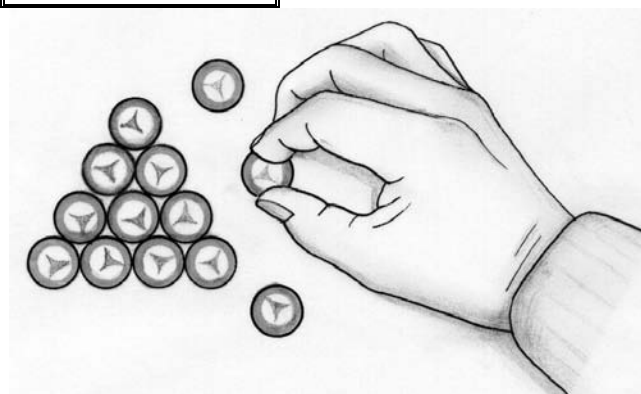
Dessiner un tel triangle isocèle.

Si l'aire d'un tel triangle est de  $1 \text{ dm}^2$ , calculer les mesures des trois côtés, au mm près.



**Exercice 13 pour les secondes Pro**  
**10 points**

## Les jetons de Julia



Julia a placé des jetons de manière à faire des triangles équilatéraux. Avec 13 jetons, voici le plus grand triangle équilatéral qu'elle peut réaliser :

Combien de jetons va-t-elle utiliser pour réaliser le plus grand triangle équilatéral possible avec 2013 jetons ? Justifier.

Combien de jetons y a-t-il alors sur chacun des côtés de ce triangle ? Justifier.

On acceptera une solution réalisée à l'aide d'un tableau.